

材料強度試験（曲げ試験）

[1] 概要

実験・実習 I の引張り試験に引続き、曲げ試験による機械特性評価法を実施する。材料力学で学ぶ梁の曲げおよびたわみの基礎式の理解、材料への理解を深めることが目的である。

[2] 材料の変形抵抗

変形抵抗は、外力が付与された時の変形に対する各材料固有の抵抗値のことであり、一般に素材の真応力－真塑性ひずみ曲線で表される。多くの金属材料は加工硬化するため、加工硬化曲線とも呼ばれる。図1は引張り試験結果による公称応力－公称ひずみ曲線であるが、このような引張り試験の結果から変換式を用いて、真応力－真ひずみの関係を得る。しかし、材料から JIS 規格等の引張り試験用標準試験片が採取できるとは限らず、正確ではないものの、簡易的に曲げ試験などによって代用されることもある。本実験では、曲げ試験から材料の変形抵抗を得る方法について理解する。

● 真応力－真ひずみ曲線

➤ 加工硬化曲線の近似式

加工硬化曲線を素材の変形挙動解析に用いる場合、簡便な方法として変形抵抗式で近似することが多い。最もよく使用されるものに n 乗硬化則と呼ばれるものがある。

$$\sigma = F\varepsilon^n \quad (1)$$

ここで、各材料固有の定数（材料定数）として、Fは塑性係数、nは加工硬化指数とよぶ。

[3] 曲げ試験からの変形抵抗式のマテリアル定数の取得

（曲げ解析における仮定）

材料力学の弾性たわみと同様に、以下の仮定をする。

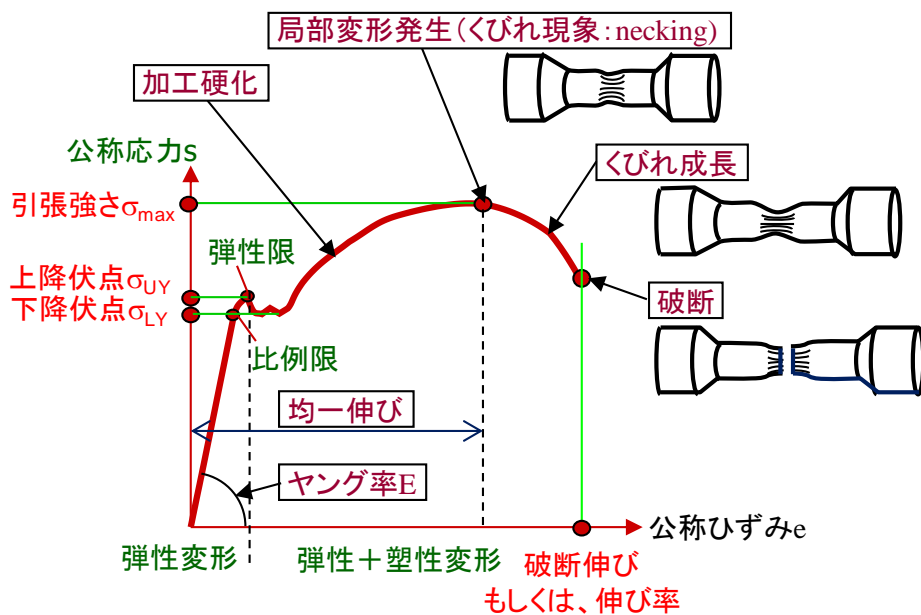


図1 公称応力－公称ひずみ曲線

- ① はりの横断面は変形前後で左右対称、荷重は対称面内に作用する。
- ② はりの垂直応力は、はりの長手方向あるいは軸線方向にだけ生じ、上下および前後方向には生じない。
- ③ 変形前に平面だった横断面は変形後も平面を保つ。

仮定より、断面の各部分のひずみ分布が計算される。今、 y 軸の原点を中立軸上とし、 y の正方向を下向きとする。中立軸から y 離れた面でのひずみ ϵ は曲げの曲率半径を R として、

$$\epsilon = \frac{(R+y)d\theta - Rd\theta}{Rd\theta} = \frac{y}{R} \quad (2)$$

横断面形状が変化しないと仮定しているため、長手方向ひずみが生じない中立軸の移動が無く、変形終了まで成立する。また、横断面が平面のままであると仮定しているため、塑性域の変形にも成立する。

弾性範囲内では、ひずみ分布同様、応力分布は比例的な応力分布となる。ヤング率を用いて、以下のよう表わされる。

$$\sigma = E\epsilon = E \frac{y}{R} \quad (3)$$

しかしながら、曲げが進み、曲率半径が R が小さくなると、最外層（曲げ内外面）から、塑性域に入り、応力は比例的な分布から非線形の分布となる。今回の試験では、弾性域の解析と塑性域の解析に分けて考える。塑性域では弾性ひずみは極めて小さいものとし、曲げ試験開始直後から塑性域のみが生じる剛塑性体としてモデル化する。加工硬化は n 乗硬化則に従うものとする、式(1)より、

$$\sigma = F\epsilon^n = F \left(\frac{y}{R}\right)^n \quad (4)$$

となる。弾性域の解析も、式(4)でまとめて式展開し、

$$F=E \text{ (ヤング率) } , \quad n=1 \quad (5)$$

として考えれば良い。横断面内の応力分布と中立軸からの距離を用いて、中立軸からの距離 y の位置のモーメントは、

$$dM = y \cdot \sigma \cdot ds = y \cdot \sigma \cdot b_{(y)} dy \quad (6)$$

ここで、 $b_{(y)}$ は y の位置での奥行き方向長さである。これらを断面全体で積算すると、この断面でのモーメントが得られる。

$$\begin{aligned} M &= \int_A dM = \int_A y \cdot \sigma ds = \int_A y \cdot F \left(\frac{y}{R}\right)^n ds \\ &= \frac{F}{R^n} \int_A y^{n+1} \cdot ds = \frac{F}{R^n} I_n \end{aligned} \quad (7)$$

$$I_n = \int_A y^{n+1} ds \quad (8)$$

ここで、弾性変形の時の $n=1$ の時、断面 2 次モーメント I となる。

今回の実験では、長方形（矩形）の横断面の試験片を用いるとして、奥行き方向は y の位置に関わらず、一定値 b とすると、中立軸は長方形の高さ h の半分 $h/2$ の位置となり、

$$I_n = \int_A y^{n+1} ds = \int_A y^{n+1} b dy = 2b \frac{(h/2)^{n+2}}{n+2} \quad (9)$$

である。

式(7)より、

$$\frac{1}{R} = \left(\frac{M}{Fl_n}\right)^{1/n} \quad (10)$$

このモーメントは外部から試験片に作用する応力に釣り合っている。
幾何学的な関係から、曲率半径とたわみ曲線には次の関係がある。

$$\frac{1}{R} = -\frac{d^2y/dx^2}{\left\{1+(dy/dx)^2\right\}^{3/2}} \cong -\frac{dy^2}{dx^2} \quad (11)$$

式(10)、(11)より

$$\frac{dy^2}{dx^2} = -\left(\frac{M}{Fl_n}\right)^{1/n} \quad (12)$$

3点曲げ試験の曲げモーメントは長手方向 x に対し、左側支点を原点 $x=0$ として、支点間距離の半分の位置に上パンチの集中荷重 P で押込まれることから、

$$M = P \cdot \left(\frac{x}{2}\right) \quad (13)$$

だから、

$$\frac{dy^2}{dx^2} = -\left(\frac{Px}{2Fl_n}\right)^{1/n} = -\left(\frac{P}{2Fl_n}\right)^{1/n} \cdot x^{1/n} \quad (14)$$

式(14)の微分方程式を積分すると、

$$\frac{dy}{dx} = -\left(\frac{P}{2Fl_n}\right)^{1/n} \cdot \frac{n}{n+1} x^{(n+1)/n} + C_1 \quad (C_1 \text{ は積分定数}) \quad (15)$$

境界条件として、

$$x = \frac{L}{2} : \quad \frac{dy}{dx} = 0$$

より、

$$C_1 = \left(\frac{P}{2Fl_n}\right)^{1/n} \cdot \frac{n}{n+1} \left(\frac{L}{2}\right)^{(n+1)/n} \quad (16)$$

更に積分して、

$$y = -\left(\frac{P}{2Fl_n}\right)^{1/n} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \frac{n}{2n+1} x^{(2n+1)/n} + C_1 x + C_2 \quad (17)$$

境界条件として、

$$x = 0 : \quad y = 0$$

より、

$$C_2 = 0 \quad (18)$$

したがって、最終的なたわみ曲線は、

$$y = -\left(\frac{P}{2Fl_n}\right)^{1/n} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \frac{n}{2n+1} x^{(2n+1)/n} + \left(\frac{P}{2Fl_n}\right)^{1/n} \cdot \frac{n}{n+1} \left(\frac{L}{2}\right)^{(n+1)/n} x \quad (19)$$

実験では、 $x=L/2$ のたわみ量 δ を測定しているので、これを代入して、

$$\begin{aligned}
\delta &= -\left(\frac{P}{2FI_n}\right)^{1/n} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \frac{n}{2n+1} \left(\frac{L}{2}\right)^{(2n+1)/n} + \left(\frac{P}{2FI_n}\right)^{1/n} \cdot \frac{n}{n+1} \left(\frac{L}{2}\right)^{(n+1)/n} \frac{L}{2} \\
&= \left(\frac{P}{2FI_n}\right)^{1/n} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \left\{1 - \frac{n}{2n+1}\right\} \left(\frac{L}{2}\right)^{(2n+1)/n} \\
&= \left(\frac{P}{2FI_n}\right)^{1/n} \cdot \frac{n}{2n+1} \left(\frac{L}{2}\right)^{(2n+1)/n}
\end{aligned} \tag{20}$$

この式(20)より、曲げ試験の荷重 P、変位 δ の関係が得られる。(境界条件として、計算は煩雑になるが、 $X = \frac{L}{2}$: $\frac{dy}{dx} = 0$ ではなく、 $X = L$: $y = 0$ を用いてもよい。)

未知数は、n 乗硬化則の F 値、n 値であり、これを求めるには 2 点(δ_1, P_1)、(δ_2, P_2)の値を代入して求める。

$$n = \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) / \ln\left(\frac{\delta_1}{\delta_2}\right) \tag{21}$$

弾性域では、式(20)に $F=E$, $n=1$ を代入して、

$$\delta = \frac{P}{2EI} \cdot \frac{1}{3} \left(\frac{L}{2}\right)^3 \tag{22}$$

として、ヤング率 E を計算することになる。ただし、変形開始時にきれいな比例関係にならないため、直線と思われるところの荷重—変位のグラフ上の弾性域の直線と思われるところの二点を取り、式(22)が線形関係であることから、2 点の差($\Delta\delta, \Delta P$)を用いて、

$$\Delta\delta = \frac{\Delta P}{2EI} \cdot \frac{1}{3} \left(\frac{L}{2}\right)^3 \tag{23}$$

から、ヤング率 E を計算する。

直接的測定による同定

ひずみゲージを試験片の曲げ外側に貼り、直接測定する。この時、表面のひずみを測定することになり、式(2)に $y=h/2$ を代入した値がひずみ値である。

$$\varepsilon = \frac{h}{2R} \tag{24}$$

式(10)、(13)より、 $x=L/2$ での曲率 $1/R$ は、

$$\frac{1}{R} = \left(\frac{PL}{4FI_n}\right)^{1/n} \tag{25}$$

であり、弾性域を考えると、式(25)に $F=E$, $n=1$ を代入すると、

$$\frac{1}{R} = \frac{PL}{4EI} \tag{26}$$

となる。式(24)、(26)より、

$$\varepsilon = \frac{h PL}{2 4EI} \tag{27}$$

式(23)同様、荷重—変位の関係の弾性域の直線部の 2 点を用いて、

$$\Delta\varepsilon = \frac{h \Delta PL}{2 4EI} \tag{28}$$

より、ヤング率 E を計算する。

[4] 試験方法

4.1 試験を行うに当たっての注意

試験機は最大荷重 5ton の出力が可能であり、動作中は近づかないこと。プレスヘッドの上下の捜査は一人で行うこと。操作者は、必ず『試験片設置完了』、『試験準備終了』、『試験開始』など掛け声をかけること。

(試験機)

島津製万能試験機オートグラフ AG-IS 50kN (3点曲げジグ使用)

(試験手順)

- ① マイクロメーターにて試験片形状 (高さ h、奥行き b) を測定する。(2本使用)
- ② 試験機のストロークは誤差が大きいため、1本は変位計にて上パンチの押し込み量を測定する。もう1本は支点間中央の下側の表面ひずみをひずみゲージにて測定する。
- ③ 変位計出力の校正値 (V→mm の換算値)、ひずみゲージ出力の校正値 (V→strain(無次元数)の換算値) を求める。
- ④ PC の Trapezium2 のアイコンをクリックして起動し、曲げ試験用の条件を設定する。
- ⑤ 曲げ試験を実施する。

(試験片材料)

表 1 300MPa 級熱間圧延軟鋼板の成分 (mass%)

C	Si	Mn	P	S	Al
0.043	TR	0.24	0.015	0.004	0.045

表 2 400MPa 級熱間圧延鋼板の成分 (mass%)

C	Si	Mn	P	S	Al
0.17	0.016	0.83	0.015	0.004	0.049

[5] 課題

- ① 電圧からひずみへの校正値によって、電圧データをひずみ値に変換し、縦軸を荷重、横軸をひずみとするグラフを描きなさい。弾性域 (比例) の部分から (ひずみ e、荷重 P) の 2 点を使って、ヤング率を求めなさい。ヤング率に単位もつけること。また、変位計から押し込み量 δ への校正値によって、電圧データを押し込み量に変換し、縦軸を荷重、横軸を変位とするグラフを描きなさい。さらに、縦軸を荷重、横軸を試験機のストローク (=押し込み量) とするグラフを描きなさい。
- ② 課題①の 3 個のグラフの弾性域の部分から (押し込み量 δ 、荷重 P) の 2 点を使ってヤング率をそれぞれ求めなさい。

- ③ 課題①の荷重—押込み量の2個のグラフの塑性域において、(押込み量 δ , 荷重 P)の2点を使って、 n 値, F 値を求めなさい。
(注意: E 値, n 値, F 値の単位も必要ならばつけること。)

考察

- ① 実験で得られた押込み量と荷重の関係で描いたグラフを重ねて、得られた F 値, n 値を用いて、押込み量と荷重の関係のグラフを描き、どの程度合っているかを検討せよ。
- ② 鋼材のヤング率は約200GPaである。今回の実験による3個のヤング率と異なるならば、その理由を検討せよ。
- ③ 試験片の曲げ外側の引張りひずみは破断限界にほど遠く、引張り試験の引張り強さ以降と異なって、破断が曲げ試験後半において荷重が低下する理由とは思えない。それはなぜか考察せよ。(ヒント: 材料力学の曲げの基礎式の定式化における前提条件)