

# 長さ測定

## 1. 目的

高精度な精密測定機器の開発は、加工技術の向上によって可能となるとともに、一方で、加工技術の進展は精密測定機器の高精度化によることも否定できない。測定は機械加工には必ず伴う作業であり、加工中あるいは加工後の工作物が、精度や仕様に沿ったものであるかどうかは、測定によって評価される。したがって、加工の良否、工作物の良否は、正しい測定がなされるかどうかに関わるといえる。しかし、いかに高精度の測定器といえども、測定器の構造・使用方法、および測定時の温度、測定力などの測定条件について十分な知識がないと予想以上の誤差が生じる可能性がある。また、測定値の統計処理に関する知識がなければ、求められた測定値から誤った判断・処置を行い、大きな問題を起こす原因ともなる。本実験では、さまざまな量の基本となる“長さ”の測定を行い、測定技術の基礎的事項として、1) 一般的に広く使用される寸法測定機器の使用法の習得、2) 測定値の統計的な処理方法の習得、3) 誤差要因の理解、などを目的とする。

## 2. 実験内容

本実験では、下記の機器・測定対象を用いて、A) 球の直径の測定、B) 密度の測定、C) マイクロメータの測定精度と器差、以上の3項目について、検討を行う。

## 3. 使用機器

### 0.1. 長さ測定機器（ミットヨ社製）

- ・ノギス(N30)；最大測定長 300mm、最小読取値 0.05mm、器差 $\pm 0.08$ mm
- ・マイクロメータ(M325-25)；測定範囲 0~25mm、目盛 0.001mm、器差 $\pm 2\mu\text{m}$ 、  
平面度 0.6 $\mu\text{m}$ 、平行度 2 $\mu\text{m}$
- ・ブロックゲージ(BM1-47-0)；1.005~24mm(1mm)、50、75、100mm

### 0.2. 電子天秤（島津製作所社製） 最大秤量；220g、最小表示；1mg

## 4. 測定対象

### 4.1. 球

- ① ガラス(BZ-4)；直径 3.962~4.699mm
- ② ガラス(BZ-10)；直径 9.000~11.000mm
- ③ ナイロン(ND-7)；直径 9.5mm
- ④ アルミナ(HD-10)；直径 10mm

### 4.2. 直方体

- ⑤ ゴム（消しゴム）

## 5. 球の直径の測定

同一図面・設計値で製造されている製品について、寸法を評価する。測定対象物の母平均 $\mu$ 、母分散 $\sigma^2$ が未知であるとして、区間推定法を用いて母平均を推定する。

測定対象：各種材料の球①～④の中から、最低2種を選ぶ。(標本数は自由とする。)

測定器具：マイクロメータ

測定方法：

- 1) マイクロメータを用いて、選択した球の直径を測定する。

測定データの処理手順：

- 1) ヒストグラムを作成する。
- 2) 標本平均、標本分散を求める。
- 3) 標本平均が母平均に、標本分散が母分散に等しいと仮定し、正規分布をヒストグラムに重ねて表す (EXCEL 使用)。
- 4) 母平均を信頼区間 (95%) により推定する。

課題1 バーナヤの原理を、具体的に図示して説明せよ。

課題2 母平均・母分散と、標本平均・標本分散の相違点を述べよ。

課題3 使用したマイクロメータ (超硬) におけるヘルツの弾性接近量を推定せよ。  
ただし、被測定物は、セラミック球とする。

## 6. 密度の測定

物体の体積および質量を測定し、有効桁数・測定誤差を考慮して物体の密度を求める。

測定対象：球状試料①～④、および直方体試料⑤。(標本数は各測定対象について1とする。)

測定器具：マイクロメータ、ノギス、電子天秤。

測定方法：

- 1) 各試料の寸法をマイクロメータ、およびノギスを用いて測定する。
- 2) 各試料の質量を電子天秤により測定する。

測定データの処理手順：

- 1) 密度の測定値  $\rho$  が独立な測定値  $x_1, x_2, \dots, x_n$  から求められ、 $\rho=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  と表されるとする。このとき、 $\rho$  の最大誤差  $\Delta\rho$  を、

$$|\Delta\rho| = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 \right| + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n \right| \quad (1)$$

によって評価する。 $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$  は、各測定値における最大測定誤差を表す。これらの値を推定し  $\Delta\rho$  を求める。

- 2) 密度測定結果は  $\rho \pm \Delta\rho$  の形にまとめる。この際、最大誤差  $\Delta\rho$  の値を考慮した上で、有効数字を考える。なお、密度の単位には  $\text{kg/m}^3$  を用いるとともに、計算に使用した誤差の値も示すこと。

課題4 球状および直方体試料について、密度、および $\Delta\rho$ を求める式を記述せよ。

課題5  $\Delta\rho$ の推定に用いた各誤差について、それらの値の根拠を述べよ。

課題6 各材質の密度を材料ハンドブック（出典書籍名、ISBN、ページを記載すること）などで調べ、実験値と比較せよ。

## 7. マイクロメータの測定精度と器差

ブロックゲージは、長さを二つの平行平面で規定した端度器で、長さの基準を作り出すほか、ブロックゲージを単体で使用して測定器の精度検査に用いたり、サインバーと組み合わせることによって、機械部品の角度測定に用いたりされる。ブロックゲージを測定することによって、マイクロメータの精度を検証する。

測定対象：ブロックゲージ

測定器具：マイクロメータ（同一規格で製造されたマイクロメータ4本）。

測定方法：

- 1) 適当なブロックゲージを選択する。
- 2) 同一規格で製造された4つのマイクロメータで測定する。
- 3) 各マイクロメータの0点の指示値と、ブロックゲージを挟み込んだ際の指示値との差から測定値を得る。

測定データの処理手順：

- 1) 測定結果（測定データ、誤差）を表にまとめる。

課題7 マイクロメータ毎に生じる精度のばらつきについて、その原因について考察せよ。

課題8 メートルの旧基準として用いられていたメートル原器の断面がトレスカ断面になっている理由を計算例を交えて説明せよ。

課題9 実験中で紹介した測定機器を一つ取り上げ、原理・特徴・精度について述べよ。

課題10 課題1～9以外に、気付いたことを考察せよ。

課題11 本実験に関する感想を述べよ。

## 8. 注意点

- ・ 各測定機器における最小目盛りの1/10まで読む。バーニヤがある場合は、バーニヤの最小読み取り値まで読む。長さはSI単位系で表す。
- ・ 最終的な測定結果は、精度・誤差などを検討し、有効桁数で表す。
- ・ 測定時にノートに記録した生データを必ず表形式で添付すること。

付録I 正規分布 (ガウス分布)

次のような密度関数をもつ連続な確率分布を考える。

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (\mu \text{ および } \sigma^2 (>0) \text{ は定数}) \quad (2)$$

この分布を正規分布といい  $N(\mu, \sigma^2)$  と書く。正規分布  $N(\mu, \sigma^2)$  の形は2つの定数  $\mu, \sigma^2$  によって確定する。 $\mu$  を平均値、 $\sigma^2$  を分散とよぶ、 $\sigma^2$  の (正の) 平方根  $\sigma$  は標準偏差とよばれる。なお  $\pi$  は円周率で、 $e$  は自然対数の底 2.71828... である。

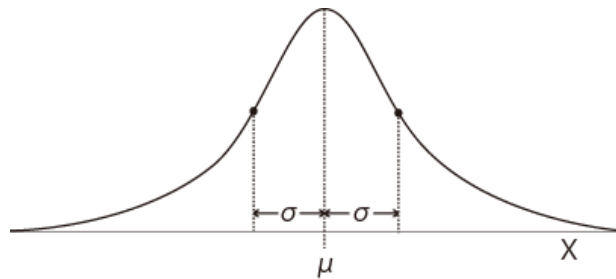


図1 正規分布

$f(x)$  は次の性質をもつことが知られる。

- (i) 関数  $f(x)$  は  $x = \mu$  で最大値  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}$  をとる。
- (ii)  $f(x)$  は  $x = \mu$  に関して対称である。
- (iii)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$
- (iv)  $x = \mu \pm \sigma$  で変曲点となる。

付録II 母平均の区間推定 ( $\sigma^2$ が未知のとき)

ここでは母集団は正規母集団  $N(\mu, \sigma^2)$  とするが、 $\sigma^2$  は未知であるとする。このときは、 $\sigma$  の代りに不偏分散の平方根  $U$  を使う：

$$U = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (3)$$

このとき、

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{U}{\sqrt{n}}} = \frac{\sqrt{n}}{U} (\bar{X} - \mu) \quad (4)$$

は自由度  $n-1$  の  $t$  分布に従うことがわかっている。そこで、

$$P(|t| > t_{n-1}(\alpha)) = \alpha \quad (5)$$

なる  $t_{n-1}(\alpha)$  を自由度  $n-1$  の  $t$  分布表で読み、

$$\left[ \bar{X} - \frac{t_{n-1}(\alpha)U}{\sqrt{n}}, \quad \bar{X} + \frac{t_{n-1}(\alpha)U}{\sqrt{n}} \right] \quad (6)$$

に標本値を代入すればよい。

$n$  が 120 よりはるかに大きいときは、 $U \doteq \sigma$ 、 $t_{n-1}(\alpha) \doteq z(\alpha)$  として、正規分布の場合の区間推定をする。

注意)  $\sigma^2$  が未知の場合とは、大量のデータの蓄積がないとき、たとえば実験データの場合などがこれにあたる。

t分布表

$$\alpha_\gamma = p(|t| \geq t_n(\alpha))$$

$$= 1 - \int_{-t_n(\alpha)}^{t_n(\alpha)} f_n(t) dt \rightarrow t_n(\alpha)$$

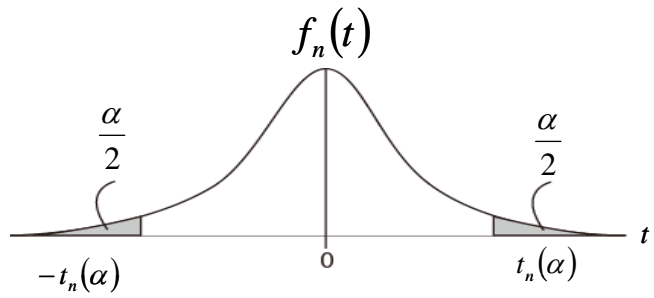


表1 t分布表

$n$ (自由度)	$\alpha$	0.50	0.10	0.05	0.02	0.01
1		1.000	6.314	12.706	31.821	63.657
2		0.816	2.920	4.303	6.965	9.925
3		0.765	2.353	3.182	4.541	5.841
4		0.741	2.132	2.776	3.747	4.604
5		0.727	2.015	2.571	3.365	4.032
6		0.718	1.943	2.447	3.143	3.707
7		0.711	1.895	2.365	2.998	3.499
8		0.706	1.860	2.306	2.896	3.355
9		0.703	1.833	2.262	2.821	3.250
10		0.700	1.812	2.228	2.764	3.169
11		0.697	1.796	2.201	2.718	3.106
12		0.695	1.782	2.179	2.681	3.055
13		0.694	1.771	2.160	2.650	3.012
14		0.692	1.761	2.145	2.624	2.977
15		0.691	1.753	2.131	2.602	2.947
16		0.690	1.746	2.120	2.583	2.921
17		0.689	1.740	2.110	2.567	2.898
18		0.688	1.734	2.101	2.552	2.878
19		0.688	1.729	2.093	2.539	2.861
20		0.687	1.725	2.086	2.528	2.845
21		0.686	1.721	2.080	2.518	2.831
22		0.686	1.717	2.074	2.508	2.819
23		0.685	1.714	2.069	2.500	2.807
24		0.685	1.711	2.064	2.492	2.797
25		0.684	1.708	2.060	2.485	2.787
26		0.684	1.706	2.056	2.479	2.779
27		0.684	1.703	2.052	2.473	2.771
28		0.683	1.701	2.048	2.467	2.763
29		0.683	1.699	2.045	2.462	2.756
30		0.683	1.697	2.042	2.457	2.750
40		0.681	1.684	2.021	2.423	2.704
60		0.679	1.671	2.000	2.390	2.660
120		0.677	1.658	1.980	2.358	2.617
$\infty$		0.674	1.645	1.960	2.326	2.576

付録III ヘルツの弾性接近量

2つの曲面または1つの曲面と平面とが、ある力により押し付けられているとき、この接点では弾性変形が生ずる。この変形量はヘルツ(Hertz)の弾性接近量と呼ばれる。(力が大きくなると、接点では永久変形が生ずるが、一般に測定力は小さく弾性限度以内である。)

精密測定においては、被測定物に測定力が働くので、この弾性変形はまぬかれない。ことに基準器と被測定物との材質、形状などが相違したときはこの接近量は無視できない場合がある。

弾性接近量を  $\delta$  とすれば、 $\delta$  はヘルツによって導かれた以下の式から求められる。

$$\delta = \frac{2k'}{\pi\mu} \left\{ \frac{9}{512} (\theta_1 + \theta_2)^2 \sum \rho \cdot P^2 \right\}^{1/3} \quad (7)$$

ただし、

$$\theta_1 = \frac{4(1-m_1^2)}{E_1}, \theta_2 = \frac{4(1-m_2^2)}{E_2}$$

$$\sum \rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22}$$

$2k'/\pi\mu$  は、式(8)で求められる  $\cos \tau$  の関数であり、この値を表2に示してある。

表2  $2k'/\pi\mu$  と  $\cos \tau$

$\cos \tau$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
$2k'/\pi\mu$	1.0000	0.998	0.991	0.979	0.962	0.938	0.904
$\cos \tau$	0.7	0.8	0.9	0.95	0.99	0.995	1.000
$2k'/\pi\mu$	0.859	0.792	0.680	0.577	0.384	0.320	0

$$\cos \tau = \left\{ \frac{(\rho_{11} - \rho_{12})^2 - 2(\rho_{11} - \rho_{12})(\rho_{21} - \rho_{22})\cos 2\omega}{+(\rho_{21} - \rho_{22})^2} \right\}^{1/3} / (\rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22}) \quad (8)$$

両者の接点における主曲率を  $\rho_{11}, \rho_{12}, \rho_{21}, \rho_{22}$  とし、ヤング率を  $E_1, E_2$ , ポアソン比を  $m_1, m_2$  とする(1,2 は接触断面における互いに直角な方向を表す)。

$\omega$  は主曲率  $\rho_{11}, \rho_{21}$  の平面が構成する交差角である。

式(7)で求められた  $\delta$  と実験値とは、実験値の方が 10%程度小さいことが報告されている。

式(7)で計算された  $\delta$  に対して 0.9 を乗じた値になるように、被測定物の形状と測定機器の測定子の形状および材質によって求められる定数  $k$  を修正し、式(7)の弾性接近量  $\delta$  ( $\mu\text{m}$ ) と測定力  $P$  (N) との関係式を簡略化した式を表3に、定数  $k$  の値を表4に示してある。

また、参考までにポアソン比、ヤング率を表5に示した。

表3 弾性接近量の簡易式

2物体の組合せ	接近量 $\delta$ $\mu$ m	$\cos \tau$	備考
球と球	$k_1 \left\{ \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) P^2 \right\}^{1/3}$	0	$r$ :球の半径 mm
球と平面	$k_2 \left( \frac{P^2}{2r} \right)^{1/3}$	0	$r$ :球の半径 mm
球と円筒	$k_3 \frac{2k'}{\pi\mu} \left\{ \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{D} \right) P^2 \right\}^{1/3}$	$\frac{\gamma}{\gamma + D}$	$r$ :球の半径 mm $D$ :円筒の直径 mm
円筒と円筒(直交)	$k_4 \frac{2k'}{\pi\mu} \left\{ \left( \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \right) P^2 \right\}^{1/3}$	$\frac{D_2 \sim D_1}{D_2 + D_1}$	$D_1$ :円筒の直径 mm $D_2$ : "
円筒と平面	$k_5 \frac{P}{L} \left( \frac{1}{D} \right)^{1/3}$		$D$ :円筒の直径 mm $L$ :接触長さ mm

注)円筒と平面の式は、Bochman の実験式。

表4  $k$  の値

測定子	鋼	超硬	超硬	超硬
被測定物	鋼	鋼	セラミック (ジルコニア:ZrO <sub>2</sub> )	プラスチック (ポリアセタール:POM)
$k_1$	0.32	0.26	0.26	3.6
$k_2$	0.42	0.32	0.32	4.6
$k_3$	0.32	0.26	0.26	3.6
$k_4$	0.32	0.26	0.26	3.6
$k_5$	0.05	0.04	—	—

表5 ヤング率,ポアソン比

材料	鋼	超硬	ジルコニア	プラスチック(POM)
ヤング率(N/mm <sup>2</sup> )	$210 \times 10^3$	$500 \times 10^3$	$210 \times 10^3$	$3 \times 10^3$
ポアソン比	0.29	0.2	0.31	0.36



付録IV メートル原器

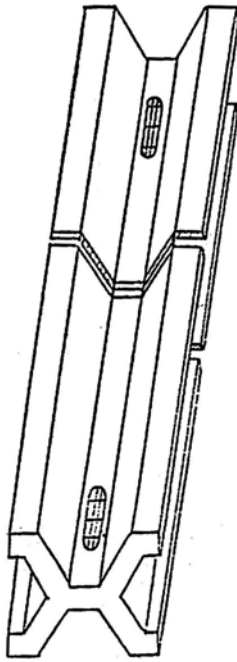


図 メートル原器

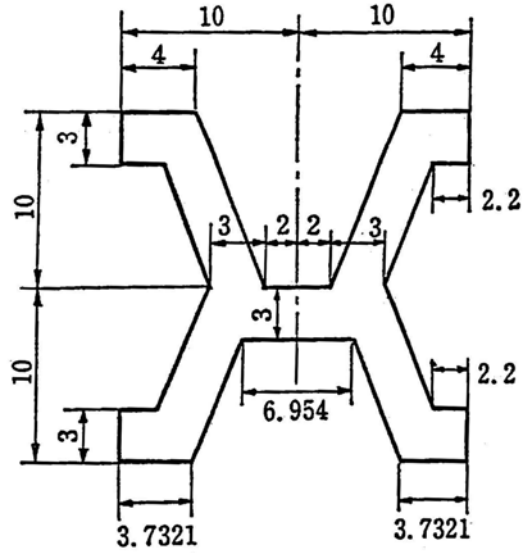
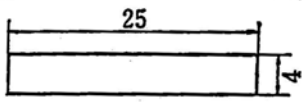
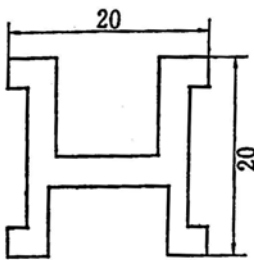
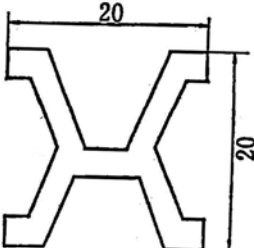


図 メートル原器の断面

表 各断面の  $I/S$

形状	断面積 $S(\text{mm}^2)$	断面二次モーメント $I(\text{mm}^4)$	$I/S$
	100	133	1.33
	167.82	5522	33.05
	150.92	5213	34.53