

# ホイートストンブリッジ

1年生後期開講の知能機械システム工学実験・実習Ⅰで実施する引張り試験において、単位長さ辺りの伸び（ひずみ）を測定するが、そのとき使用するホイートストンブリッジについて学ぶ。ひずみを測定するには、ひずみゲージと呼ばれる金属の抵抗線が伸ばされることによってその抵抗が変わることを利用したセンサーを使用する。ひずみゲージの抵抗値を電圧の変化として測定するための回路にホイートストンブリッジが利用される。

## 1. ホイートストンブリッジ回路

図1のように、未知の抵抗を含んで4つの抵抗をブリッジ状に配置して、中間点の電位差  $V_o$  を測定することによって、未知の抵抗値  $R_v$  を求めるための回路である。

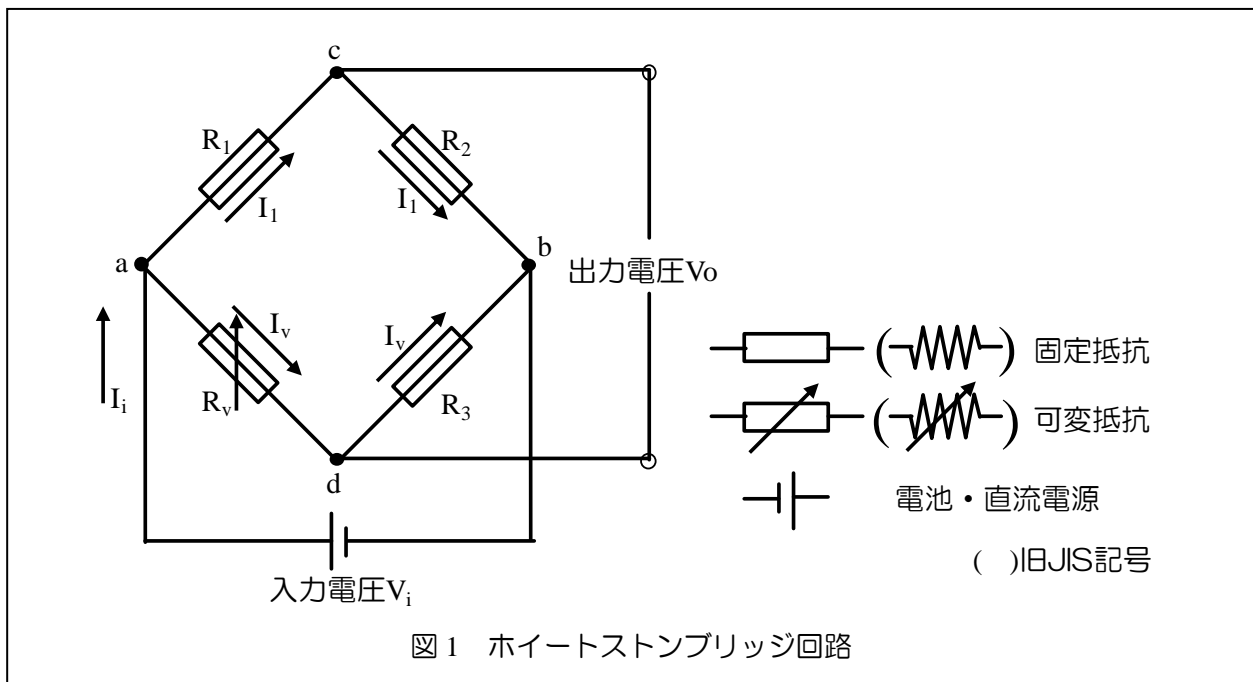


図1において、 $R$  は各接点間の抵抗値（ $R_v$  は可変抵抗、 $R_1 \sim R_3$  は固定抵抗）、 $I$  ( $I_v$ 、 $I_1$ ) は各接点間を流れる電流値、 $V$  (入力  $V_i$ 、出力  $V_o$ ) は電圧である。

ここで、可変抵抗  $R_v$  と出力電圧  $V_o$  との関係について求めよう。ひずみによって変化するひずみゲージの抵抗が可変抵抗  $R_v$  の役割を果たす。したがって、この関係が分かれば出力電圧  $V_o$  からひずみを求めることができる。

電気回路には、電流と電圧の関係を表すオームの法則、電流の任意の節点に流れ込む電流の総和および任意の閉路の電圧の総和に関する法則を示すキルヒホッフの法則がある。

### ➤ オームの法則

電流  $I$  が流れている導体中の2点間の電位差  $V$  は  $I$  に比例する。

$$V = IR \tag{1}$$

電気抵抗  $R$  は導体の形状、材質、温度、幾何学的寸法などによって定まる正の比例定数

### ➤ キルヒホッフの法則

#### • 第1法則（電流則）：

任意の節点において、電流が流れ込む向きを正、流れ出る向きを負とすると、接点につながる  $N$  本の線の電流  $I_n$  の総和は0となる。

$$\sum_{n=1}^N I_n = 0 \quad (2)$$

• 第2法則（電圧則）：

任意の閉路をとり電圧の向きを一方向に取ったとき、閉路に沿った各素子の電圧  $V_n$  の総和は 0 である。

$$\sum_{n=1}^N V_n = 0 \quad (3)$$

接点 a、b について、式(2)から、

$$I_i - I_v - I_1 = 0 \quad (4)$$

実際の回路では、接点間 c-d にも出力電圧  $V_0$  に合わせて電流が流れるが、出力電圧の測定器の抵抗は  $R_v$ 、 $R_1 \sim R_3$  より極めて大きく、c-d 間の電流はほぼゼロとする。すなわち、接点 c については、接点 a-c、c-b 間の電流は等しく、 $I_1$  とする。接点 d 周りも同様に、接点 a-d、d-b 間の電流は等しく、 $I_v$  とする。

電源と接点 a-c-b から成る閉路について、式(1)、(3)を用いて、

$$V_i = I_1 R_1 + I_1 R_2 \quad (5)$$

同様に、電源と節点 a-d-b から成る閉路について、

$$V_i = I_v R_v + I_v R_3 \quad (6)$$

したがって、電流  $I_1$ 、 $I_v$  は、式(5)、(6)より、

$$I_1 = \frac{V_i}{R_1 + R_2} \quad (7)$$

$$I_v = \frac{V_i}{R_v + R_3} \quad (8)$$

と得られる。出力電圧は接点 c と d の電位差だから、

$$\begin{aligned} V_0 &= V_{a-d} - V_{a-c} = I_v R_v - I_1 R_1 = \frac{R_v V_i}{R_v + R_3} - \frac{R_1 V_i}{R_1 + R_2} \\ &= \frac{R_2 R_v - R_1 R_3}{(R_1 + R_2)(R_v + R_3)} V_i \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 $R_2 R_v - R_1 R_3$  がゼロの時、出力電圧  $V_0=0$  となり、電流が流れなくなる。これを**平衡状態**という。

式(9)において、可変抵抗  $R_v$  が変化し、 $R_v \rightarrow R + \Delta R$  になったと仮定する。

$$V_0 = \frac{R_2(R_v + \Delta R) - R_1 R_3}{(R_1 + R_2)(R_v + \Delta R + R_3)} V_i \quad (10)$$

$R_2 R_v$  で約分して、

$$V_0 = \frac{(1 + \Delta R/R_v) - R_1 R_3/R_2 R_v}{(R_1/R_2 + 1)(1 + \Delta R/R_v + R_3/R_v)} V_i \quad (11)$$

となり、出力電圧が計測される。

さて、ひずみ測定に用いられるブリッジ回路には、初期に全て等しい抵抗が用いられる。 $R_v=R_1=R_2=R_3=R$  ( $=120\Omega$ ) として、式(11)より、

$$V_0 = \frac{\Delta R/R}{2(2 + \Delta R/R)} V_i = \frac{\Delta R}{4R + 2\Delta R} V_i \quad (12)$$

となる。抵抗変化が極めて小さい ( $\Delta R \ll R$ ) 時、 $2\Delta R$  は無視でき、

$$V_0 = \frac{1}{4} \frac{\Delta R}{R} V_i \quad (13)$$

と近似できる。実際には、平衡状態が崩れた時には、電位差  $V_0$  が生じ、節点 c-d 間に電流が流れるため、式(5)、(6)のように記述できないし、式(4)以外にも電流則を記述する必要がある。しかし、出力電圧測定機器の抵抗が大きく、また可変抵抗の変化が小さい場合には式(13)のように近似でき、**出力電圧  $V_0$  と抵抗変化は比例の関係にある**ということが重要である。今回の実験では、可変抵抗を変化させ、出力電圧が比例関係にあることを体験する。

## 2. ひずみゲージ

引張り試験の時に再度説明するが、可変抵抗に対応するひずみゲージについても説明しておく。ひずみゲージは図2のような構造をしており、金属箔が薄いベース材上にグリッド長でシグザグ形状に配置されていて、接着面を測定する試験片にひずみゲージ用のアロンアルファで貼り付ける。金属も測定できるように、ベース材は樹脂等の絶縁体である。試験片が伸びると、ベース材とともに金属箔が伸ばされ、金属箔全長が伸び、金属箔断面は小さくなって、電気抵抗が変化する。

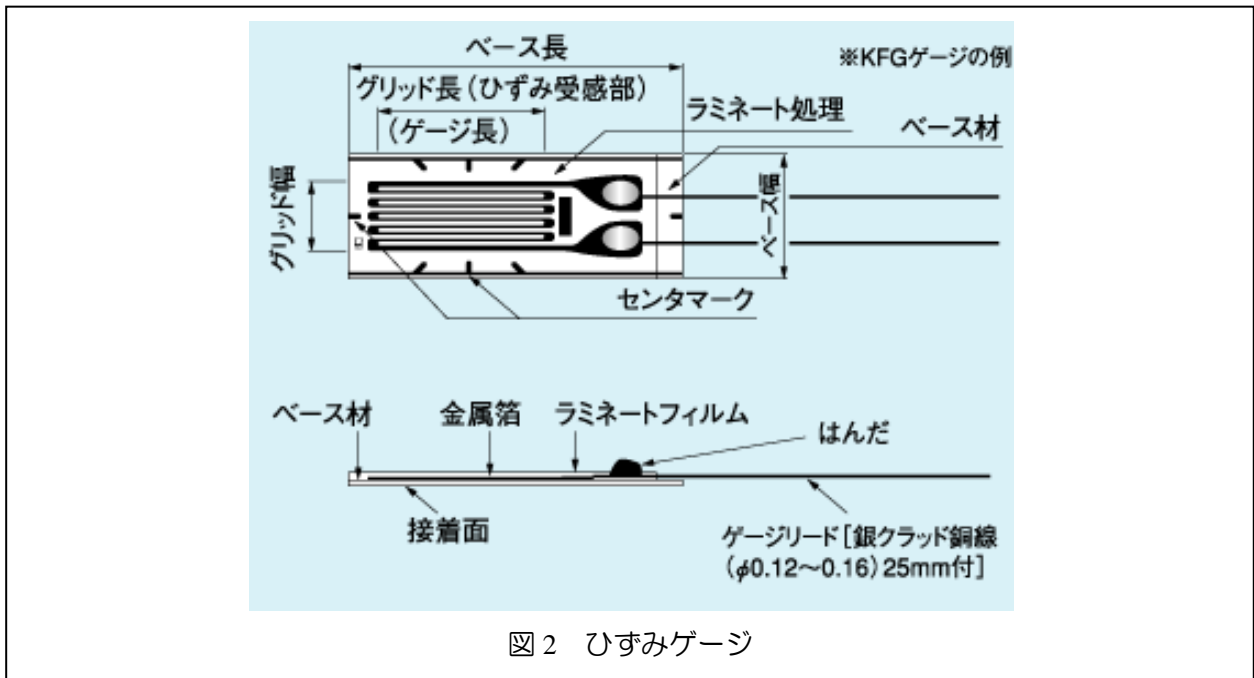


図2 ひずみゲージ

金属の電気抵抗  $R$  は、一般に長さに比例し、断面に反比例する。

$$R = \frac{\rho \ell}{S} \quad (14)$$

ここで、 $\rho$ は寸法に依存しない電気抵抗を表す**電気抵抗率**(もしくは**体積抵抗率**、**比抵抗**、**単位は $\Omega \cdot m$** )、 $\ell$ は金属箔全長(ゲージ長さ)、 $S$ は金属箔断面である。式(14)の両辺の対数をとる、

$$\log R = \log \rho + \log \ell - \log S \quad (15)$$

微分すると両辺を微分して、

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta \ell}{\ell} - \frac{\Delta S}{S} \quad \left( \because \log R = \int \frac{1}{R} dR \right) \quad (16)$$

電気抵抗率の変化は体積的な変化に伴うため、

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} \cong \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta(S\ell)}{S\ell} = \frac{\Delta S \cdot \ell + S \cdot \Delta \ell}{S\ell} = \frac{\Delta S}{S} + \frac{\Delta \ell}{\ell} \quad (17)$$

式(17)を式(16)に代入して、

$$\frac{\Delta R}{R} = 2 \frac{\Delta \ell}{\ell} \quad (18)$$

ひずみ $\varepsilon$ は単位長さ辺りの伸び $\varepsilon = \Delta \ell / \ell$ であり、

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{\Delta R}{R} = \frac{1}{K} \frac{\Delta R}{R} \quad (19)$$

となる。K( $\cong 2$ )は、**ゲージ率 (Gauge Factor)** と呼ばれ、出荷時には近似による誤差を校正し、厳密な値を表記して出荷される。式(19)を式(13)に代入し、

$$\varepsilon = \frac{4 V_0}{K V_i} \quad (19)$$

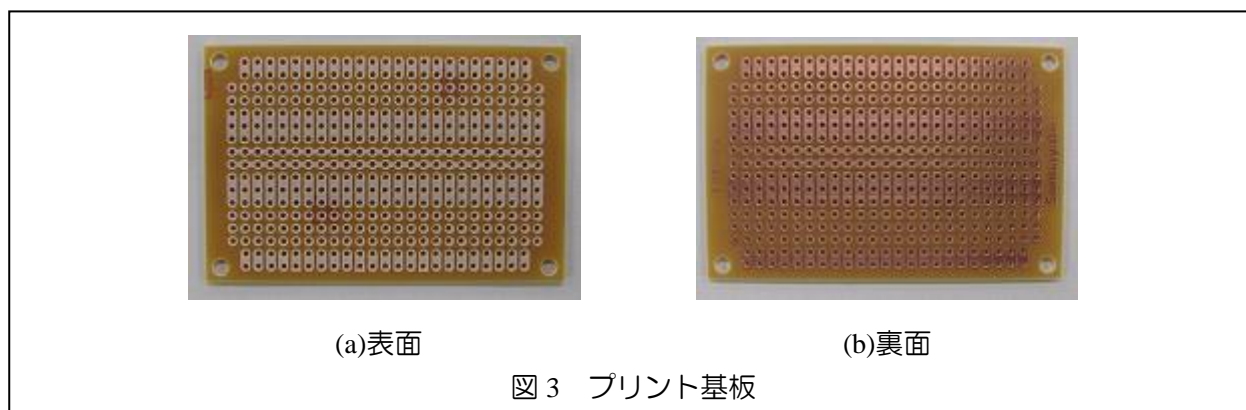
となる。ゲージ率 K は製品特有の定数、 $V_i$  は固定して与える入力電圧であり、ひずみ $\varepsilon$ は出力電圧  $V_o$  に比例するのが分かる。

### 3. ホイトストーンブリッジ回路の作製

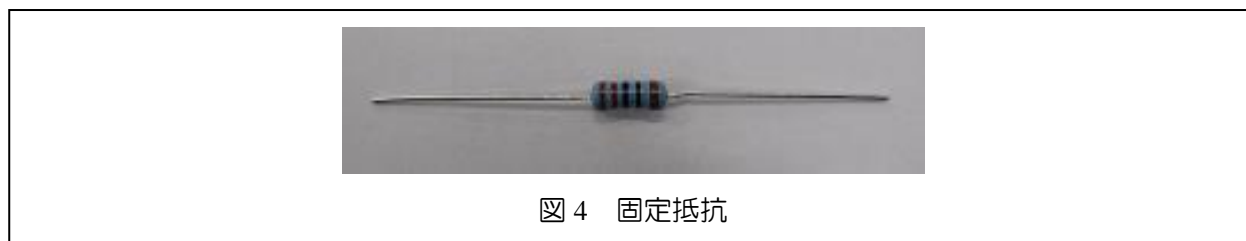
理論的な解説を終えたところで、実際にブリッジ回路を作製してみよう。

準備するものは、各自配布されたプリント基板 1 枚と固定抵抗 3 個、可変抵抗 1 個、電気線数十 cm である。作製中の回路抵抗を測定するため、安定化直流電源と検電器 (テスター) をグループで一台ずつ使用する。

プリント基板は、図 3 のように、多数の穴が開いており、ここに電気線を通して裏面でハンダにて接合する。裏面には薄い銅箔などの導電性金属が貼り付けてあり、狭い範囲での電気線の干渉を避けることができる。



今回使用する固定抵抗は 120 $\Omega$ のものを使用する。ひずみゲージの微小な抵抗変化を読み取るため、各抵抗の精度は高いものを使用する必要がある。そのため、4 本帯のものではなく、配布する図 4 のような 5 本帯のものを使用する。表 1 に示すカラーコードを読むことによって抵抗値を知ることができる。



まず、カラー帯のどちらを左に置くかは下記に従う。

1. 帯が片寄っている方が始まりで 1 桁目 (図 4 では最も左)
2. 4 本帯の場合で、帯が片寄ってなくても精度を表す金の帯を 4 桁目として判断できる。
3. 5 本帯のなかで、「金」でなく「茶」で判断できない場合は他より若干太い帯を最も右とする。

このように置いたとき、最も右側は誤差を表し、金は±5%、茶は±1%である。今回は茶色であり、誤差が1%以内であることが分かる。

残りの帯は、 $A \times 10^B$  の形式で抵抗値を示す。左から A の上位の桁の数値であり、4 本帯では左から 3 番目、5 本体では左から 4 本目は、乗数 B を表す。たとえば、配布した固定抵抗は、左から茶色 (=1)、赤色 (=2)、黒 (=0)、黒 (=0) であり、 $120 \times 10^0 (=120) \Omega$  となる。図 5 のテスターを使用して固定抵抗を測定し、精度を確認しよう。

$R_1$  : (                      )  $\Omega$

$R_2$  : (                      )  $\Omega$

$R_3$  : (                      )  $\Omega$

どれが  $R_1 \sim R_3$  か、後まで分かるようにしておくこと

確認が済んだら、まず固定抵抗  $R_1 \sim R_3$  をプリント基板にハンダ付けする。また、抵抗の足は横から見て「ハ」の字に拡げておくと抜けずに済み、ハンダ付けしやすい。真ん中の 2 行はつながっており、その上下は 3 列つながったプリントになっている。接続箇所が分からない場合は、プリント基板上で、1 個目の抵抗 (図 1 の  $R_1$ ) は上から 8 行目左から 5 列目 (接点 a) と上から 7 行目の中央 (接点 c) の穴を、2 個目の抵抗 (図 1 の  $R_2$ ) は上から 6 行目の中央 (接点 c) と上から 9 行目右から 7 列目 (接点 b) の穴を、3 個目の抵抗 (図 1 の  $R_3$ ) は上から 11 行目の中央 (接点 d) と上から 9 行目右から 6 列目 (接点 b) の穴を使って接続してみてください。

ハンダは、図 7 のようにハンダごてを抵抗の足や電気線を加熱して、加熱部分にハンダを当てて溶融して流し込む。電気線は細線がほどけないよう、同じ要領

表 1 カラーコード

	値	誤差
黒	0	—
茶	1	±1%
赤	2	±2%
橙	3	±0.05%
黄	4	—
緑	5	±0.5%
青	6	±0.25%
紫	7	±0.1%
灰	8	—
白	9	—
金	0.1	±5%
銀	0.01	±10%
無色	—	±20%



図 5 検電器 (テスター)

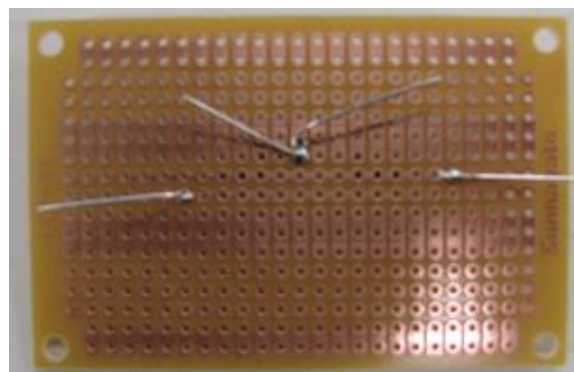
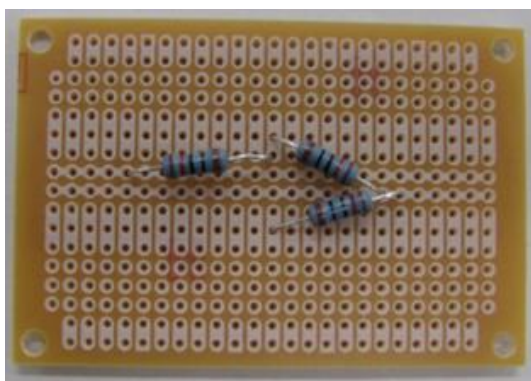


図 6 固定抵抗のプリント基板への固定





図7 ハンダ付け

で細線の間隙に毛細管現象にてハンダを流し込むとよい。

固定抵抗以外の接続のため電気線を3本用意してください。電気線は、黒茶と赤橙のコードが一体となった2種類を配布するので、約200mm毎に切断し、片方の色を2本、もう片方を1本使用し、分かりやすいように3か所で使い分けてください。(コードが不足しないよう、取り過ぎないで下さい。)

図8のように、可変抵抗やひずみゲージを接続するためのコード(図1の $R_v$ )を接続してください。固定抵抗を上記の穴で接続している場合は、上から8行目左から4列目(接点a)と上から10行目の中央の穴(接点d)を使って下さい。

さらに、図9のように、入力電源用のコードを接続してください。図9では、上から8行目左から2列目(接点a)と上から9行目右から2列目(接点b)の穴で接続しています。

図10のように、最後に出力電圧測定用のコード

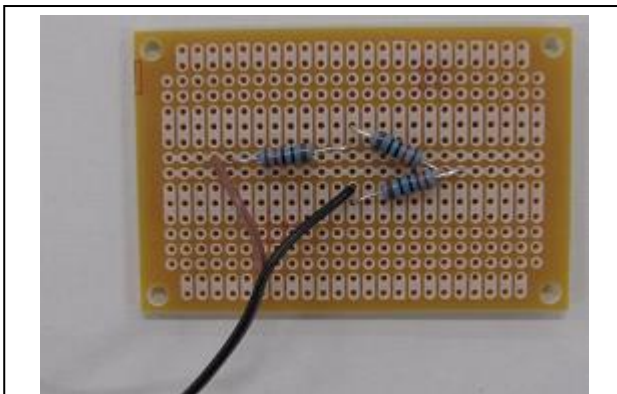


図8 可変抵抗接続用の配線

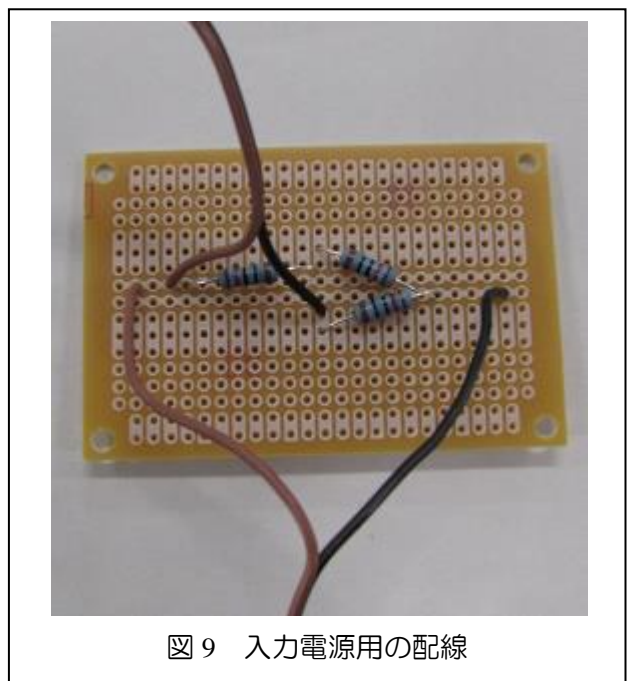


図9 入力電源用の配線

を接合してください。図 11 では、上から 5 行目の中央（接点 c）と上から 12 行目の中央（接点 d）の穴を使用しています。

図 11 の直流電源に接続してください。接点 a（図 10 の下側の茶色のコード）を赤色の端子（+極）に、接点 b（図 10 の下側の黒色のコード）を黒色の端子（-極）に接続してください。また、出力電圧をテスターで測定するため、接点 c を赤色の端子に、接点 d を黒色のコードに接続してください。

可変抵抗  $R_v$  を接続してください。可変抵抗からは 3 個の端子が出ています。左右のどちらかと真ん中の 2 端子に接続し、つまみを回すことによって、抵抗が変わります。時計回りで抵抗を増やしたければ、図 12 の D と E に、それぞれ接点 a と接点 d（図 10 の左側の茶色と黒色のコード）を接続してください（図 13 参照）。

可変抵抗を変化させて、電圧の変化を見てみましょう。

#### 4. 課題

(1)出力電圧がほぼゼロになるように、可変抵抗を調整してください。その後可変抵抗の抵抗値を測定してください。

( )  $\Omega$

(2)可変抵抗をテスターで測定しながら  $90\Omega \sim 150\Omega$  の範囲で  $5\Omega$  ずつ変更し、可変抵抗をホイートストーンブリッジ回路に接続して、その時の出力電圧を測定してください。

$90\Omega \rightarrow$  ( ) V

$95\Omega \rightarrow$  ( ) V

$100\Omega \rightarrow$  ( ) V

$105\Omega \rightarrow$  ( ) V

$110\Omega \rightarrow$  ( ) V

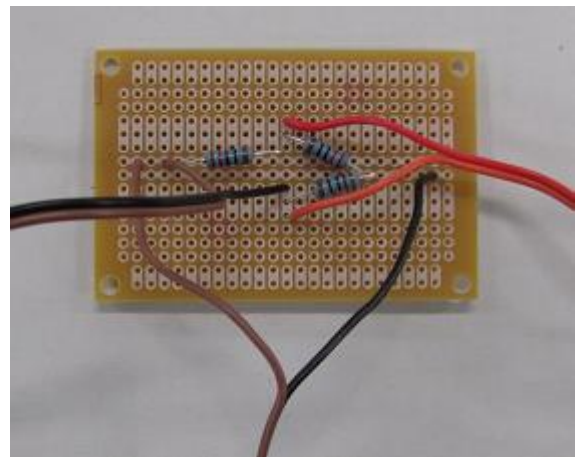


図 10 出力電圧測定用の配線



図 11 安定化電源による電圧の入力

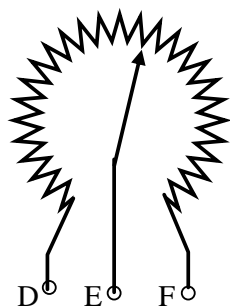


図 12 可変抵抗器

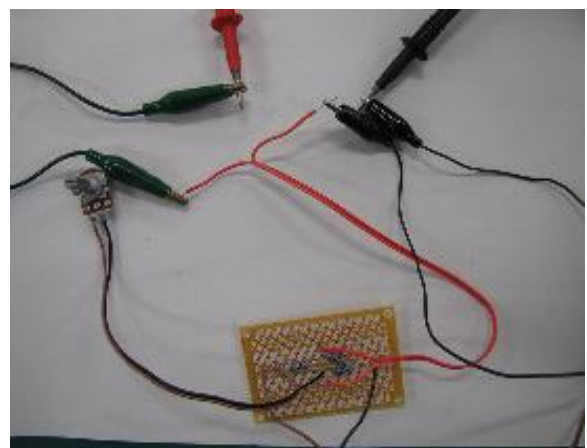


図 13 可変抵抗器

$115\ \Omega \rightarrow ( \quad )\ \text{V}$      $120\ \Omega \rightarrow ( \quad )\ \text{V}$   
 $125\ \Omega \rightarrow ( \quad )\ \text{V}$      $130\ \Omega \rightarrow ( \quad )\ \text{V}$   
 $135\ \Omega \rightarrow ( \quad )\ \text{V}$      $140\ \Omega \rightarrow ( \quad )\ \text{V}$   
 $145\ \Omega \rightarrow ( \quad )\ \text{V}$      $150\ \Omega \rightarrow ( \quad )\ \text{V}$

(3)各グループで代表の1個(比較的精度の高いもの)を選んでください。樹脂プレートに貼ったひずみゲージを接点 a-d 間に接続してください。出力電圧は小さいため、アンプ(増幅器)に接続します。アンプからの出力電圧をテスターに接続してください。校正をとってください。

2000 $\mu$ ストレイン(0.002倍、0.2%の伸び)  $\rightarrow ( \quad )\ \text{V}$

樹脂プレートに錘をかけて、その時の出力電圧を測定してください。

(  $\quad$  )g  $\rightarrow ( \quad )\ \text{V} \rightarrow ( \quad )$  ストレイン

(  $\quad$  )g  $\rightarrow ( \quad )\ \text{V} \rightarrow ( \quad )$  ストレイン

(  $\quad$  )g  $\rightarrow ( \quad )\ \text{V} \rightarrow ( \quad )$  ストレイン

ストレインは無次元(単位がない)

## 5. 検討

(1)平衡状態にした時の可変抵抗の抵抗値が、120 $\Omega$ に対し、誤差が何%か、求めてください。また、それが妥当かどうか、できるだけ検討してみてください。

(  $\quad$  ) %

(2)90 $\Omega$ ~150 $\Omega$ の範囲で5 $\Omega$ ずつ変更した可変抵抗の各抵抗値に対し、出力電圧がどのように変化するかを調べてください。(MS-Excelにてグラフ化し、比例関係にあるか、その時の比例係数はいくらかを求めてください。)

比例定数 (  $\quad$  )

(3)その時の出力電圧を測定してください。MS-Excelにてグラフ化し、錘の変化により、出力電圧がどのように変化するかを調べてください。