メカニズム　課題　解答

【10 月 29 日】

1. 以下の機素または連鎖の自由度を説明せよ。

(1)丸穴の空いた機素に、丸棒が接している対偶（図 1）

【解答】

直進自由度＋回転自由度＝2

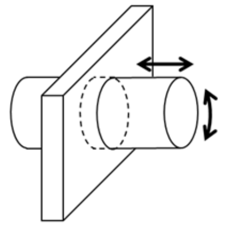


図 1　丸穴に丸棒のはまった対偶

(2)テーパのついた丸穴の空いた機素に、円錐がはまっている対偶(図 2)

【解答】

回転自由度のみとなるので 1 自由度

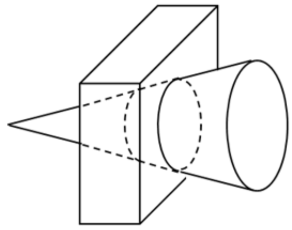


図 2　テーパ穴に円錐のはまった対偶

(3)すべての対偶が球対偶となっている 4 節リンク(図 3)

【解答】

リンク N=4、対偶 J=4、拘束されたリンク K=1

リンク一つにつき自由度が 6 であるから、系全体での可能な自由度は 6 N

球対偶であるから、拘束され減じられる自由度が 3 J

拘束されたリンクにより減じられる自由度が 6 K

以上から、全体の自由度 P は

P=6N-3J-6K＝6･4-3･4-6･1＝6

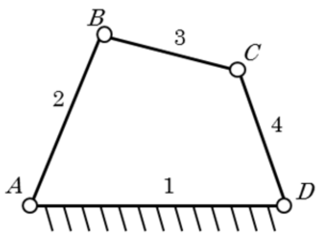


図 3　4 節リンク

(4)図 3 で、対偶 A と対偶 D が球対偶で、対偶 B と対偶 C がリンクに垂直な軸に対する回転対偶となっている場合

【解答】

リンク N=4、球対偶 J1=2、回転対偶 J2=2 、拘束されたリンク K=1

リンク一つにつき自由度が 6 であるから、系全体での可能な自由度は 6 N

球対偶で減じられる自由度が 3 J1、回転対偶で減じられる 5J2。拘束されたリンクにより減じられる自由度が 6 K。以上から、全体の自由度 P は

P=6N-3J1-5J2 - 6 K＝6･4-3･2-5･2-6･1＝24-6-10-6＝2

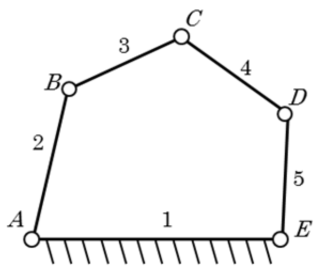


図 4　5 節リンク

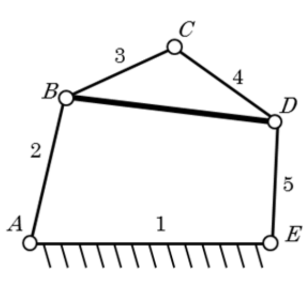
※対偶で減じられる自由度の考え方

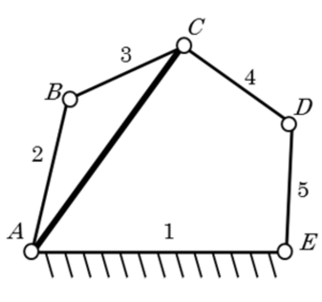
球対偶の自由度は 3 であるから、空間における最大自由度 6 に対して、3 が減じられる。回転対偶で自由度が 1 であった場合は、最大自由度に対して、5 が減じられることになる。このように、減じられる自由度は最大自由度から対偶の持つ自由度を減算したものになる。

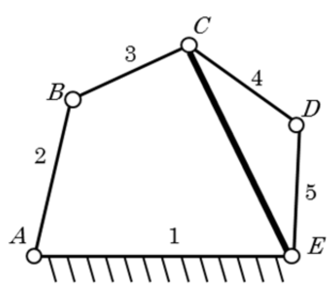
2. 非限定連鎖である図 4 の 5 節リンクを、限定連鎖にする方法を説明せよ。

【解答】

限定連鎖である条件は、4 節連鎖で構成されることであるから、つぎのように構成すれば良い。(3 つのどれでも可)







3. 図5において、リンクABが、A’B’に移動する場合の仮想中心を図5に示せ。

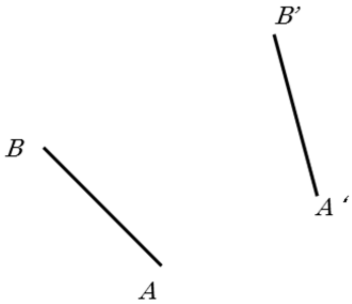
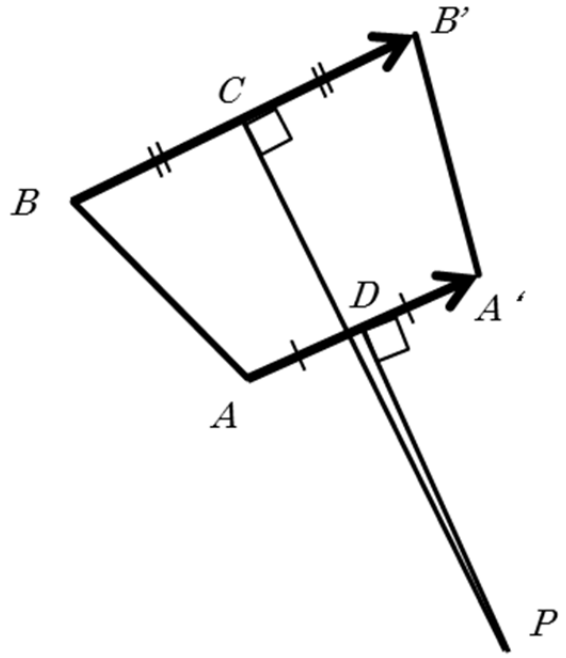


図5　リンクの移動



【解答】
右図のように、線分AA’、BB’に対して垂直二等分線をとり、その交点が仮想中心となる。

※もし、線分AA’、BB’が平行かつ、それぞれの垂直二等分線が重なる場合は、交点が取れない。その場合は、直線AB、A’B’をひくと、直線AB、A’B’と線分AA’,BB’の垂直二等分線が1点Pで交わり、そこが、仮想中心となる。（この場合、ΔPAB は、PA=PBの二等辺三角形となる。）

4.　図6のリンクABにおいて、端点A、Bがそれぞれ、速度v_A、v_Bで動いた場合の瞬間中心を、図示せよ。
（課題では、解答できない形で出題していたが、問題を変更している）
【解答】

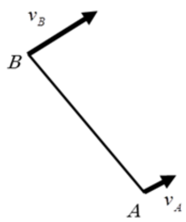
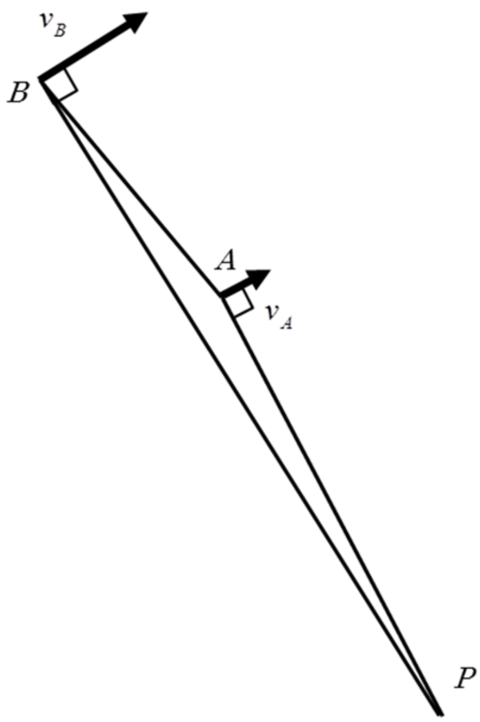
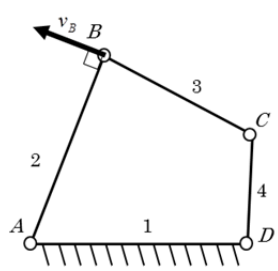


図6　リンクの移動

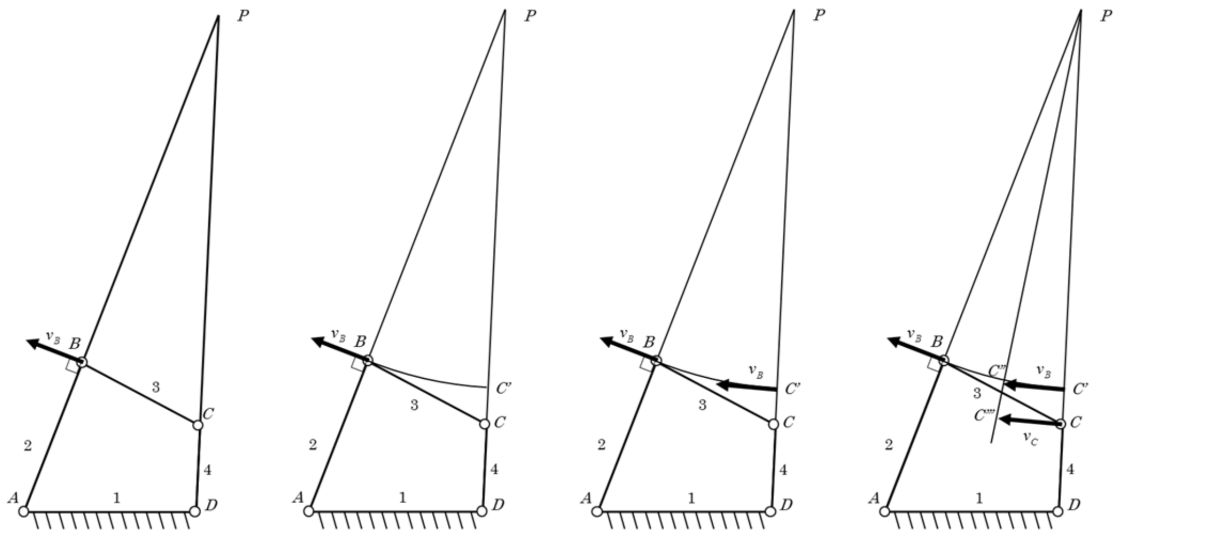


リンクの端点から速度ベクトルが示されている場合は、端点から速度ベクトルに対する法線を引き、その交点を求める。（右図）
※速度ベクトルが、平行となっている場合は、リンクが平行移動を行い、瞬間中心は、無限遠方となる。

【12月3日】
課題1：下図で、vBが与えられたときの、リンク4のC点の速度を求めよ。



【解答】

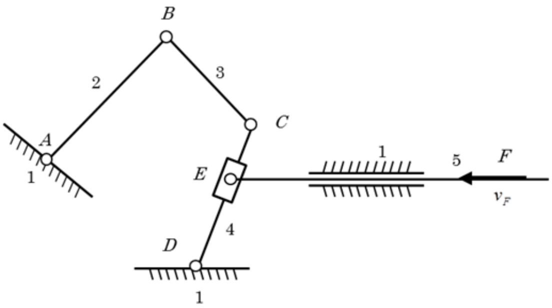


STEP 1　　　STEP 2　　　STEP 3　　　STEP4

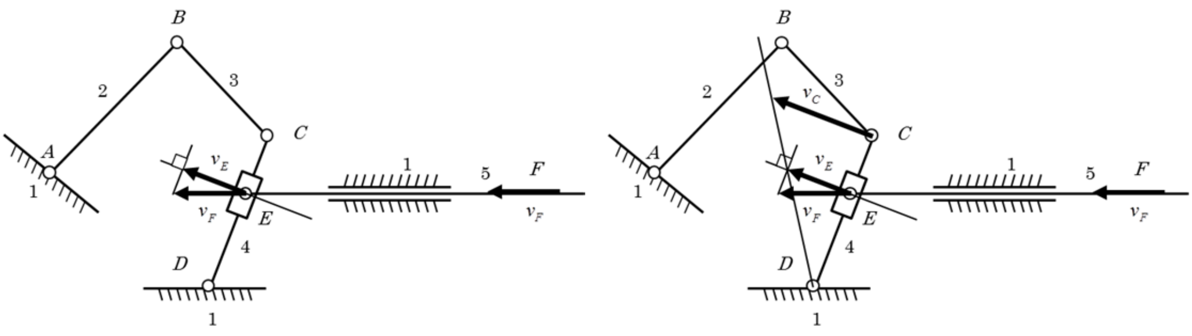
［STEP 1］　リンク 2 とリンク 4 を延長した直線を引き、交点 P を求める。
［STEP 2］　点 P を中心とした円弧 BC’を引き、直線 PC 上に点 C’を求める。
［STEP 3］　点 C’から垂直に速度ベクトル v_B と同じ大きさのベクトルをとる。
［STEP 4］　点 P から、STEP 3 で点 C’から求めたベクトルの先端 C”を通る直線 PC”を求め、点 C’から速度ベクトル v_B と平行に先端が直線 PC”上にくるベクトル CC”’が求める速度ベクトル v_C となる。

※これは、移送法による求め方であるが、STEP 1 での直線のとりかたには、複数の選択がある。（例えば、直線 BC、AD を基準にしても良い）

課題 2：下図で、v_F が与えられたときのリンク 2 の B 点の速度を求めよ。



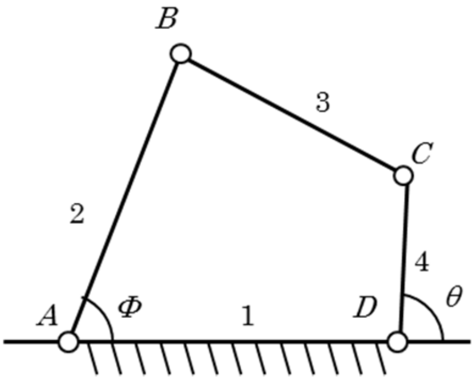
【解答】

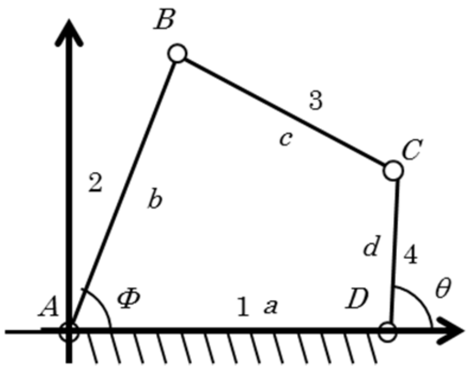


STEP 1　　　STEP 2

［STEP 1］　リンク 5 に対しての速度は vF で、点 E の運動は、点 D 回りの回転となり、速度 vF をリンク 4（線分 CD）の法線方向の速度成分 vE となる。
［STEP 2］　点 D より、点 E からの速度ベクトル vE の先端を通った直線に対して、点 C からリンク 4（線分 CD）の法線が交わった所までの大きさのベクトル vC が点 C での速度ベクトルとなる。
※以下、割愛（点 C の速度から、点 B の速度の求め方は、課題 1 を参照せよ。）

課題 3：次の 4 節リンクにおいて、A 点の角度 φ と、D 点の角度 θ の関係を求めよ。ただし、リンク 1、2、3 の長さを、a、b、c とする。

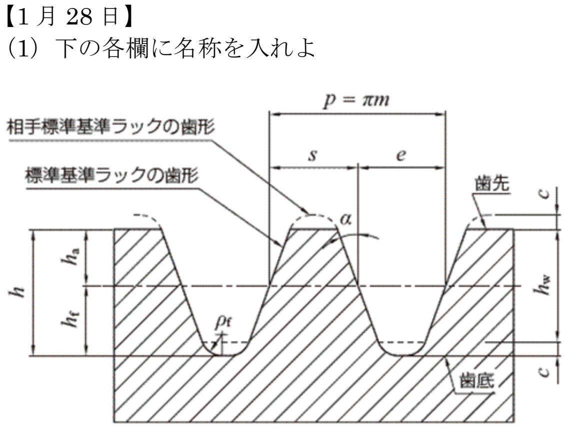




※リンク 4 の長さを d とする。
【解答】
上右図のように、点 A を原点として、各点の座標を考えると、次のようになる。
$B(b\cos\phi, b\sin\phi)$、$C(a+d\cos\theta, d\sin\theta)$、$D(a,0)$
ここで、BC=c であることから、

$$
\begin{aligned}
BC^2 &= ((a+d\cos\theta)-b\cos\phi)^2+(d\sin\theta-b\sin\phi)^2 \\
&= a^2+d^2\cos^2\theta+b^2\cos^2\phi+2ad\cos\theta-2ab\cos\phi-2bd\cos\theta\cos\phi \\
&\qquad +d^2\sin^2\theta-2bd\sin\theta\sin\phi+b^2\sin^2\phi \\
&= a^2+d^2(\cos^2\theta+\sin^2\theta)+b^2(\cos^2\phi+\sin^2\phi)+2ad\cos\theta-2ab\cos\phi-2bd(\cos\theta\cos\phi+\sin\theta\sin\phi) \\
&= a^2+d^2+b^2+2ad\cos\theta-2ab\cos\phi-2bd(\cos\theta\cos\phi+\sin\theta\sin\phi) \\
&= c^2
\end{aligned}
$$

【1 月 28 日】
(1) 下の各欄に名称を入れよ

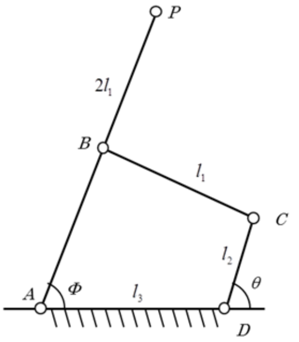


h ：全歯たけ
h_a ：歯末のたけ
h_f ：歯元のたけ
α ：圧力角
p ：ピッチ

（2）次の機構で、手先（点 P）の~~軌道~~座標を表す式を求めよ。

$AP = 2l_{12l_1}$、 $AB = BC = l_1$、 $CD = l_2$、 $AD = l_3$

※Φを使わず、 θ で表すこと



【解答】
上右図のように、点 A を原点として、各点の座標を考えると、次のようになる。
$B(l_1\cos\phi, l_1\sin\phi)$、$C(l_3 + l_2\cos\theta, l_2\sin\theta)$、$P(2l_1\cos\phi, 2l_1\sin\phi)$
ここで、⊿ACD に着目すると余弦定理から、

$$AC^2 = l_2{}^2 + l_3{}^2 - 2l_2 l_3\cos\theta \quad (1)$$

$$CD^2 = l_2{}^2 = l_3{}^2 + AC^2 - 2l_3 AC\cos\alpha_1 \quad (2)$$

ただし、$\alpha_1 = \angle CAD$
次に、⊿ABC に着目し、

$$BC^2 = l_1{}^2 = l_1{}^2 + AC^2 - 2l_1 AC\cos\alpha_2$$

$$AC^2 - 2l_1 AC\cos\alpha_2 = 0 \quad (3)$$

ただし、$\alpha_2 = \angle BAC$

式(1)(2)より、

$$l_2{}^2 = l_3{}^2 + (l_2{}^2 + l_3{}^2 - 2l_2 l_3\cos\theta) - 2l_3 AC\cos\alpha_1$$

$$2l_3{}^2 - 2l_2 l_3\cos\theta - 2l_3 AC\cos\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_1 = \cos^{-1}\left(\frac{l_3 - 2l_2\cos\theta}{AC}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{l_3 - 2l_2\cos\theta}{\sqrt{l_2{}^2 + l_3{}^2 - 2l_2 l_3\cos\theta}}\right) \quad (4)$$

式(3)より、

$$\alpha_2 = \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{l_2{}^2 + l_3{}^2 - 2l_2 l_3\cos\theta}}{2l_1}\right) \quad (5)$$

ここで

$$\begin{aligned}\phi &= \angle CAD + \angle BAC = \alpha_1 + \alpha_2 \\ &= \cos^{-1}\left(\frac{l_3 - 2l_2\cos\theta}{\sqrt{l_2{}^2 + l_3{}^2 - 2l_2 l_3\cos\theta}}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{l_2{}^2 + l_3{}^2 - 2l_2 l_3\cos\theta}}{2l_1}\right)\end{aligned} \quad (6)$$

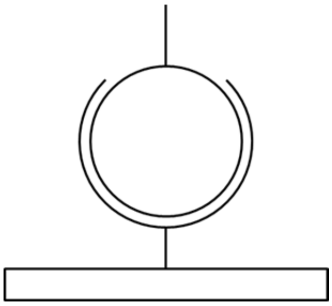
$P(2l_1\cos\phi, 2l_1\sin\phi)$と式(6)より、手先の座標 P は θ を使って、表すことができる。

（3）次の条件を満たす脚ロボットの足先を考え、問に答えよ。
【条件 1】着地面は水平な平面である
【条件 2】脚の着地時の角度は、任意の角度での着地が可能である。

（3－1）機構を図示せよ
（3－2）機構の自由度を説明せよ。

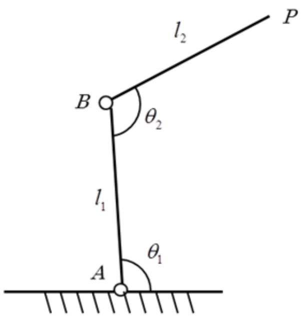
【解答】

(31)例えば、次のような球対偶によるユニバーサルジョイント

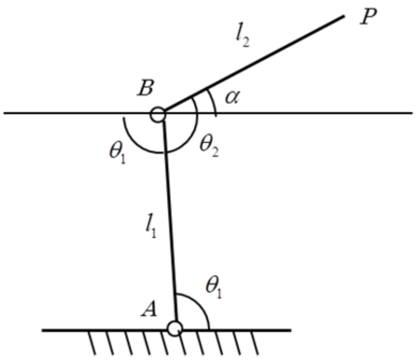


(3-2)
球対偶であるから、自由度としては、3 自由度である。
ただし、軸回りの回転自由度は、不要であるならば、2 自由度としても良い。

（4）次のロボットの手先の座標（x、y）のθ_1、θ_2で表せ。



【解答】
図のように点 B を通る水平面を考え、その水平面からリンク BP がなす角を α とする。



このとき、$(\theta_2 - \alpha) + \theta_1 = \pi$ であるから、

$$\alpha = \theta_1 + \theta_2 - \pi$$

したがって、手先 P の座標は

P（$l_1 \cos\theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2 - \pi)$、$l_1 \sin\theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2 - \pi)$）